
From Circle Placements to Rectangle Placements

Nonlinear Optimization in Electronic Design Automation

Disputationsvortrag

Uwe Nowak

Kaiserslautern, 28. Oktober 2011

From Circle Placements to Rectangle Placements

- Motivation – Optimierung von System-in-Package
- Algorithmische Idee – der Rounded Rectangle Algorithmus
- Algorithmische Teilprobleme des Rounded Rectangle Algorithmus
 - Kreis-Rotationsproblem
 - Kreis-Platzierungsproblem
 - Rechteck-Platzierungsproblem
- Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

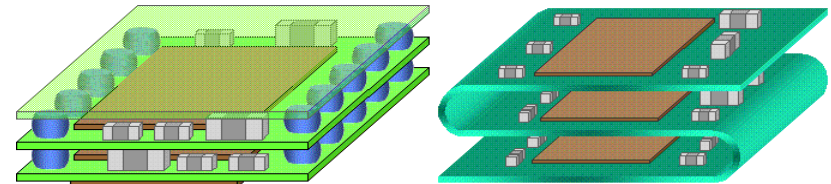
Übersicht

- Motivation – Optimierung von System-in-Package
- Algorithmische Idee – der Rounded Rectangle Algorithmus
- Algorithmische Teilprobleme des Rounded Rectangle Algorithmus
 - Kreis-Rotationsproblem
 - Kreis-Platzierungsproblem
 - Rechteck-Platzierungsproblem
- Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

Praktische Problemstellung: System-in-Package

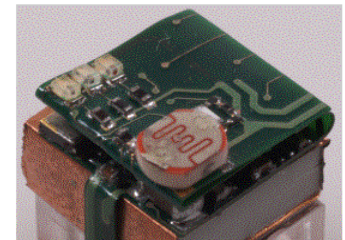
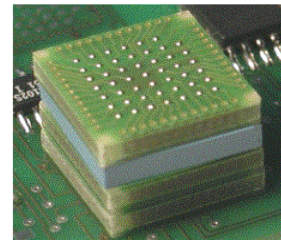
Elektronische Schaltung

- Heterogene Bauteile unterschiedlicher Größenordnung
- Bis zu 250 Bauteile pro Modulseite
- Bauteilverbindung durch Netze



Platzierungsproblem

- Nichtüberlappung
- Kleine Fläche
- Kurze Verdrahtungslänge



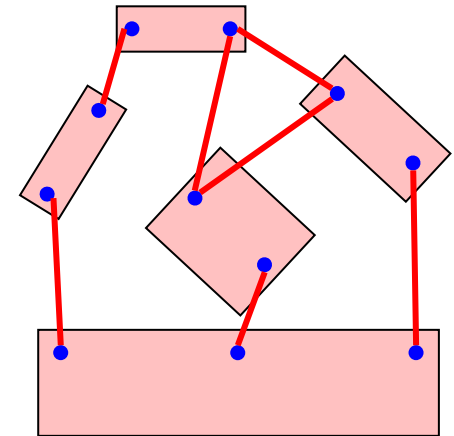
Platzierungsproblem

Gegeben

- Rechtecke mit festen Größen
- Pins mit festen Positionen am Rechteck
- Netze mit festen Gewichten

Gesucht

- Platzierung und (orthogonale) Rotation der Rechtecke
 - Nichtüberlappung
 - Minimale Verdrahtungslänge



Existierende Ansätze

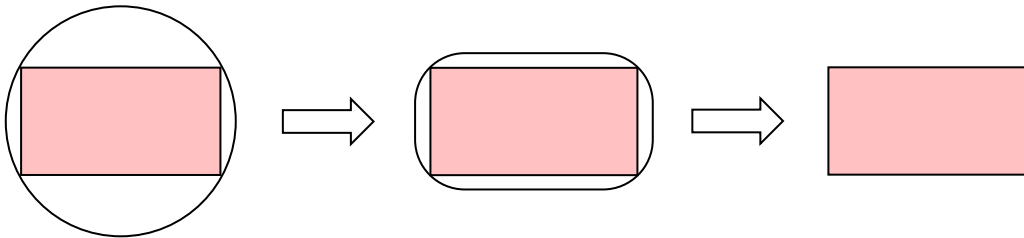
- Mixed-Integer Programming
- Constraint Programming
 - Nicht exakt lösbar für größere Probleminstanzen
 - Untersucht u. A. in Dissertation von Martin Berger
- Meta-Heuristiken
 - Lokale Problemsicht
 - Schlechte Verdrahtungslänge
- Nichtlineare Verfahren (im VLSI-Design)
 - Millionen homogene Bauteile
 - Heuristische Nichtüberlappung
 - Keine Rotation

Übersicht

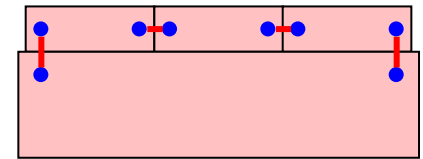
- Motivation – Optimierung von System-in-Package
- Algorithmische Idee – der Rounded Rectangle Algorithmus
- Algorithmische Teilprobleme des Rounded Rectangle Algorithmus
 - Kreis-Rotationsproblem
 - Kreis-Platzierungsproblem
 - Rechteck-Platzierungsproblem
- Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

Rounded Rectangle Algorithmus

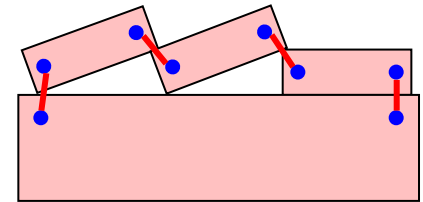
- Rechtecke können „verkanten“
- Idee: Abstrahiere Bauteile als Kreise
 - Ausreichend für Vorplatzierung
 - Weniger lokale Optima
- Verforme Bauteile stetig von Kreisen zu Rechtecken



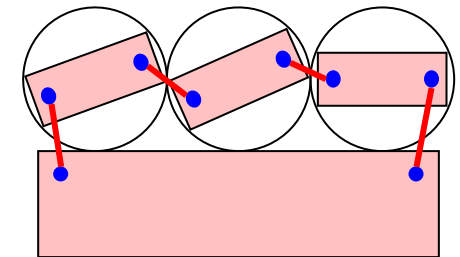
- Empirisch belegt:
Gute Kreis-Platzierungen führen zu guten Rechteck-Platzierungen



Globales Optimum



Lokales Optimum



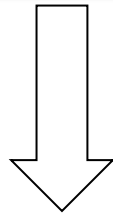
Kein lokales Optimum

Übersicht

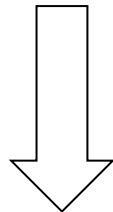
- Motivation – Optimierung von System-in-Package
- Algorithmische Idee – der Rounded Rectangle Algorithmus
- Algorithmische Teilprobleme des Rounded Rectangle Algorithmus
 - Kreis-Rotationsproblem
 - Kreis-Platzierungsproblem
 - Rechteck-Platzierungsproblem
- Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

Algorithmische Teilprobleme

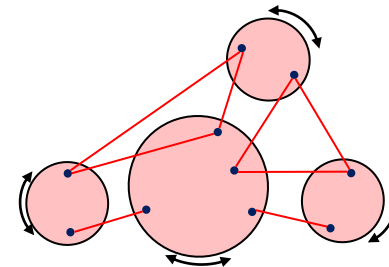
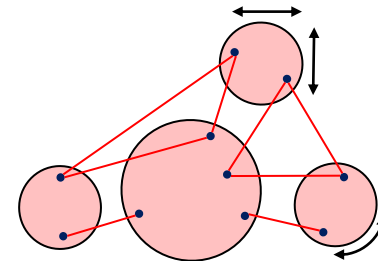
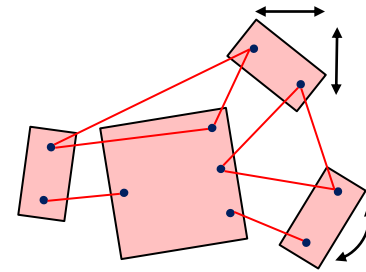
Rechteck-Platzierungsproblem
(Rounded Rectangle Algorithmus)



Kreis-Platzierungsproblem



Kreis-Rotationsproblem

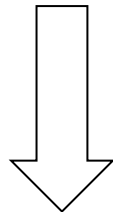


Algorithmische Teilprobleme

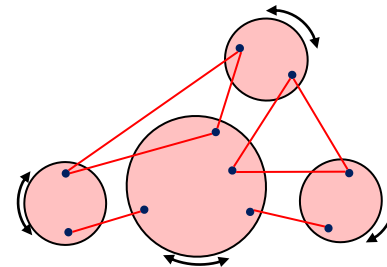
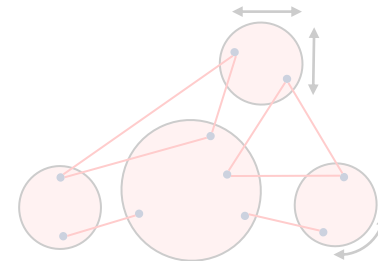
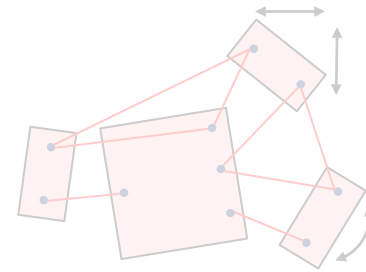
Rechteck-Platzierungsproblem
(Rounded Rectangle Algorithmus)



Kreis-Platzierungsproblem



Kreis-Rotationsproblem



Kreis-Rotation: Problemstellung

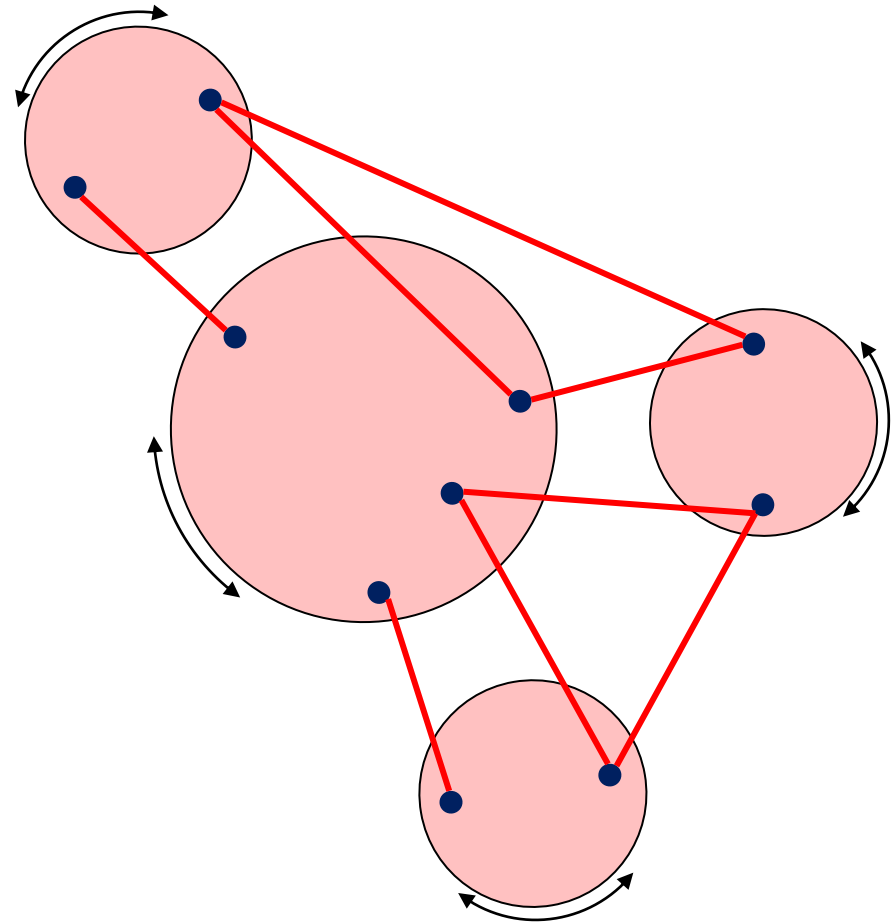
Gegeben

- Kreise mit festen Positionen $\mathbf{c} \in \mathbb{C}^n$
- Pins mit festen Positionen am Kreis
- Netze mit festen Gewichten

Gesucht

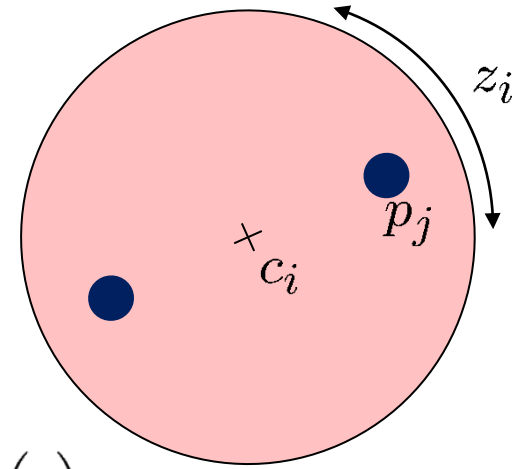
- Kreisrotationen $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^n$, $|z_i| = 1$
mit minimaler Verdrahtungslänge

Es gibt nicht-globale lokale Minima



Kreis-Rotationsproblem

- Absolute Pin-Positionen $q_j = c_i + p_j z_i$
 $\mathbf{q} = \Phi \mathbf{c} + P \Phi \mathbf{z} \in \mathbb{C}^m$



- Die Verdrahtungslänge ist

$$\begin{aligned}
 wl &= \mathbf{q}^H Q \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{z}^H & \mathbf{c}^H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi^T P Q P \Phi & \Phi^T P Q \Phi \\ \Phi^T Q P \Phi & \Phi^T Q \Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \mathbf{z}^H & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}^H & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{pmatrix} \longleftarrow \text{hermitesch, positiv semidefinit}
 \end{aligned}$$

Problem: Kreisrotationsproblem (CR):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \begin{pmatrix} \mathbf{z}^H & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}^H & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ 1 \end{pmatrix} \\
 \text{s.t.} \quad & |z_i| = 1, \quad i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Hermiteisches Minimierungsproblem

- Hermiteisches Minimierungsproblem (HM): $Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$ hermitesch, pos. semidef.

$$\begin{array}{ll} \min & \mathbf{w}^H Q \mathbf{w} \\ \text{s.t.} & |w_i| = 1 \end{array}$$

- Literatur [Zhang; Huang; 2006]: HM ist NP-schwer.

Satz: CR(n) ist darstellbar als HM($n+1$).

Satz: HM(n) ist darstellbar als CR(n) bis auf eine additive Konstante.

Korollar: CR ist NP-schwer.

Lokale Optimierungsverfahren für HM

Finden lokaler Minima

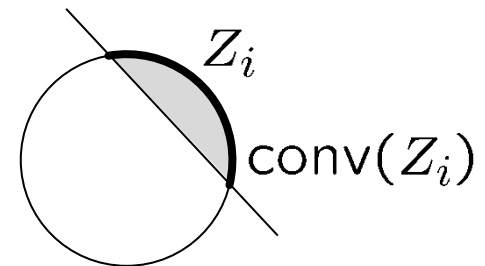
- Restringiertes NLP $\min \mathbf{z}^H Q \mathbf{z}, \quad \text{s.t. } |z_i| = 1$
- Nichtrestringierte Optimierung nach Substitution $z_i = \exp i \varphi_i, \quad \varphi_i \in \mathbb{R}$
- Block-Koordinaten-Abstiegsmethode (BCD)
 - Löse iterativ für $k = 1, \dots, n$
$$z'_k := \operatorname{argmin}_{z_k} \mathbf{z}^H Q \mathbf{z}, \quad \text{s.t. } |z_k| = 1$$
 - Sehr schnell (wenige Millisekunden für ~1000 Kreise)
- Für viele Problem-Instanzen nur ein Minimum

Gibt es einen effizienten Algorithmus mit
Optimalitätsgarantie (bis auf ε)?

Standardansatz: Branch and Bound

- Domains: $Z = Z_1 \times \cdots \times Z_n$ mit Einheitskreisbögen Z_i
- Branching: Zerlegung eines Z_i
- Obere Schranke: Lokales Minimum mit BCD
- Untere Schranke: Duale Lösung zu konvexer Relaxierung

$$\begin{array}{ll}\min & \mathbf{z}^H Q \mathbf{z} \\ \text{s.t.} & z_i \in \text{conv}(Z_i)\end{array}$$



Performant möglich mit BCD

Satz: Lagrange-Multiplikatoren der BCD-Schritte konvergieren gegen Lagrange-Multiplikatoren des globalen Optimums.

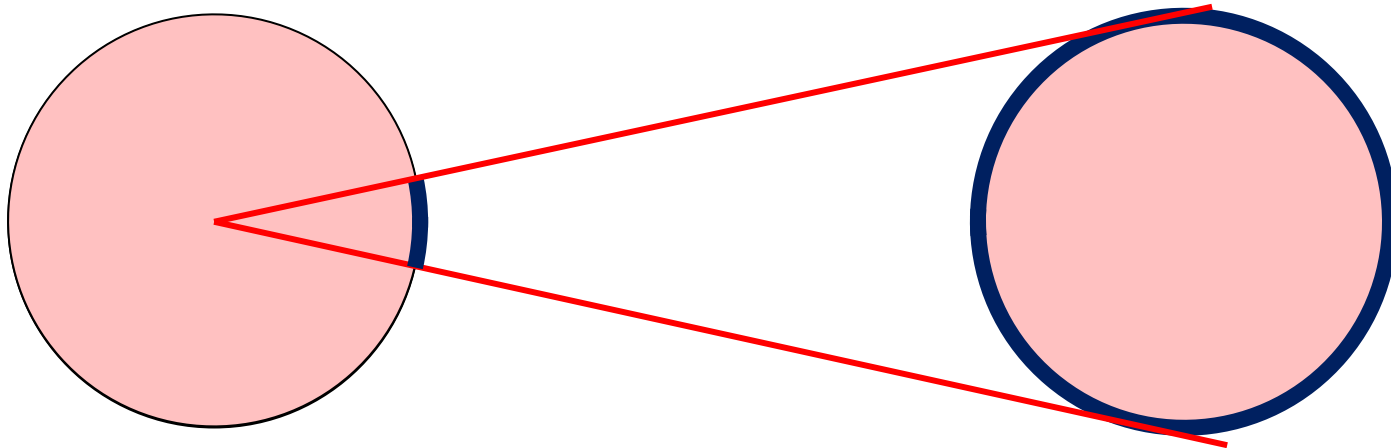
Ausschluss dominierter Bereiche

- Untere Schranke konvergiert langsam
- Schärfere Relaxierung verbessert untere Schranke
- Ausschluss von Domainbereichen möglich?



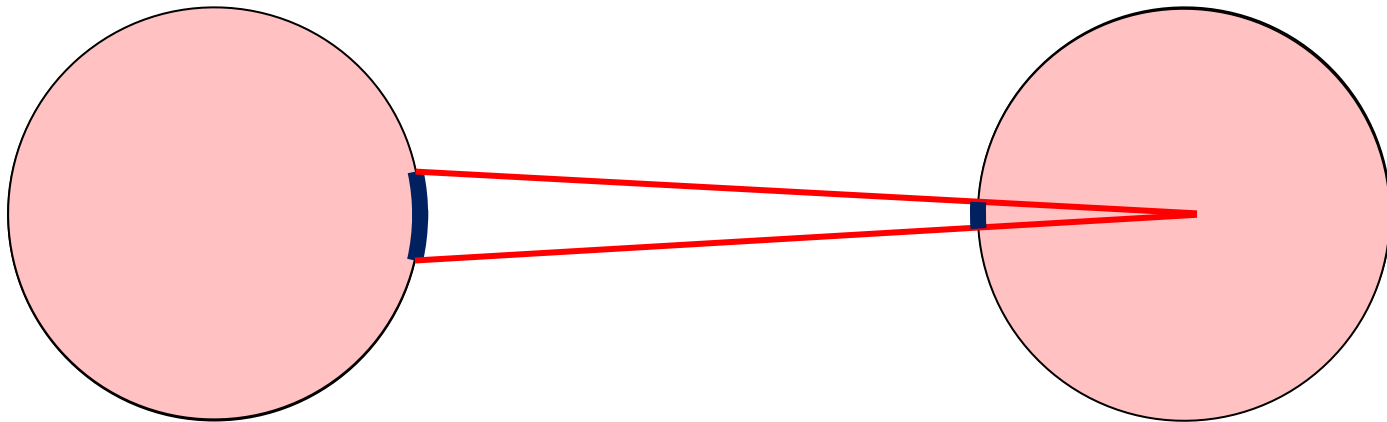
Ausschluss dominierter Bereiche

- Untere Schranke konvergiert langsam
- Schärfere Relaxierung verbessert untere Schranke
- Ausschluss von Domainbereichen möglich?



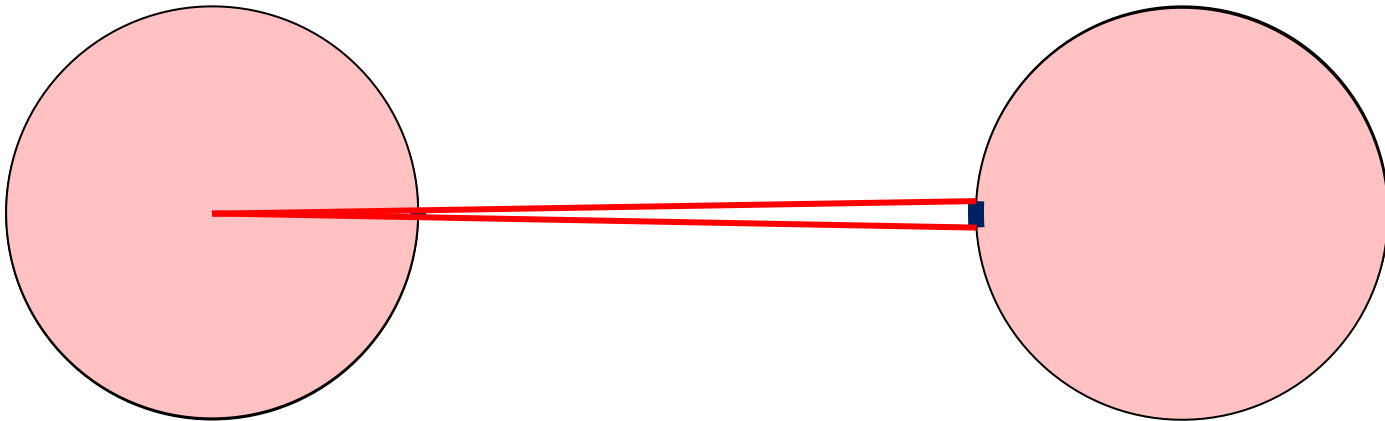
Ausschluss dominierter Bereiche

- Untere Schranke konvergiert langsam
- Schärfere Relaxierung verbessert untere Schranke
- Ausschluss von Domainbereichen möglich?



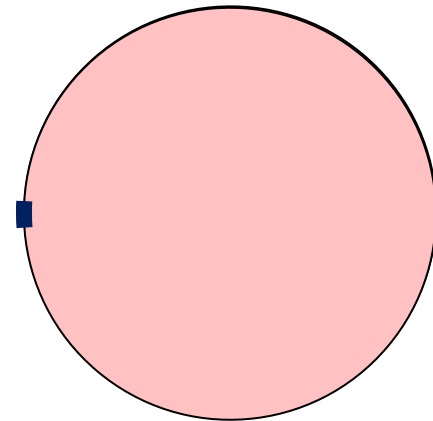
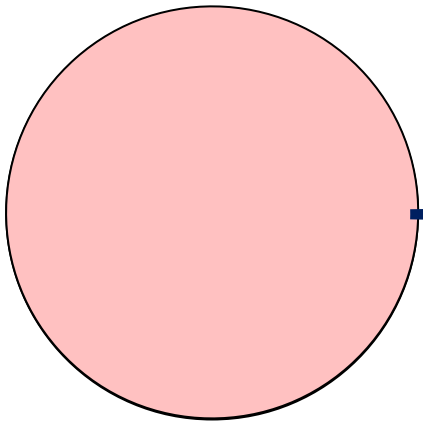
Ausschluss dominierter Bereiche

- Untere Schranke konvergiert langsam
- Schärfere Relaxierung verbessert untere Schranke
- Ausschluss von Domainbereichen möglich?



Ausschluss dominierter Bereiche

- Untere Schranke konvergiert langsam
- Schärfere Relaxierung verbessert untere Schranke
- Ausschluss von Domainbereichen möglich?



Domainreduktion für einen Kreis

Definition: Die Normierung einer komplexen Zahl $w \in \mathbb{C}$ ist

$$\text{Normed}[w] = \begin{cases} \left\{ \frac{w}{|w|} \right\} & w \neq 0 \\ \{z : |z| = 1\} & w = 0 \end{cases}$$

Satz: Seien z_j , $j \neq k$ fest. Das Minimum von $\mathbf{z}^H \mathbf{Q} \mathbf{z}$ wird angenommen für

$$z_k = -\text{Normed} \left[\sum_{j \neq k} q_{kj} z_j \right]$$

Korollar: Sei $\mathbf{z}^* \in \mathbb{C}^n$ ein globales Minimum von $\mathbf{z}^H \mathbf{Q} \mathbf{z}$ und $z_j^* \in Z_j$, $j \neq k$.
Dann

$$z_k^* \in -\text{Normed} \left[\sum_{j \neq k} q_{kj} z_j^* \right]$$

Domainreduktion

Definition: P ist eine Domainreduktion, wenn für jede Domain Z gilt:
 $P(Z) \subseteq Z$ und enthält Z ein globales Optimum, so auch $P(Z)$.

Lemma: Mit $Z = Z_1 \times \cdots \times Z_n$ sind P_k und P Domainreduktionen:

$$\Gamma_k(Z) := -\text{Normed} \left[\sum_{j \neq k} q_{kj} Z_j \right] \cap Z_k$$

$$P_k(Z) := Z_1 \times \cdots \times Z_{k-1} \times \Gamma_k(Z) \times Z_{k+1} \times \cdots \times Z_n$$

$$P := P_n \circ \cdots \circ P_1$$

Problem: $\Gamma_k(Z)$ ist nicht einfach berechenbar

Domainreduktion

Lemma: Ist P eine Domainreduktion und P' eine Abbildung mit $P(Z) \subseteq P'(Z) \subseteq Z$, so ist P' eine Domainreduktion.

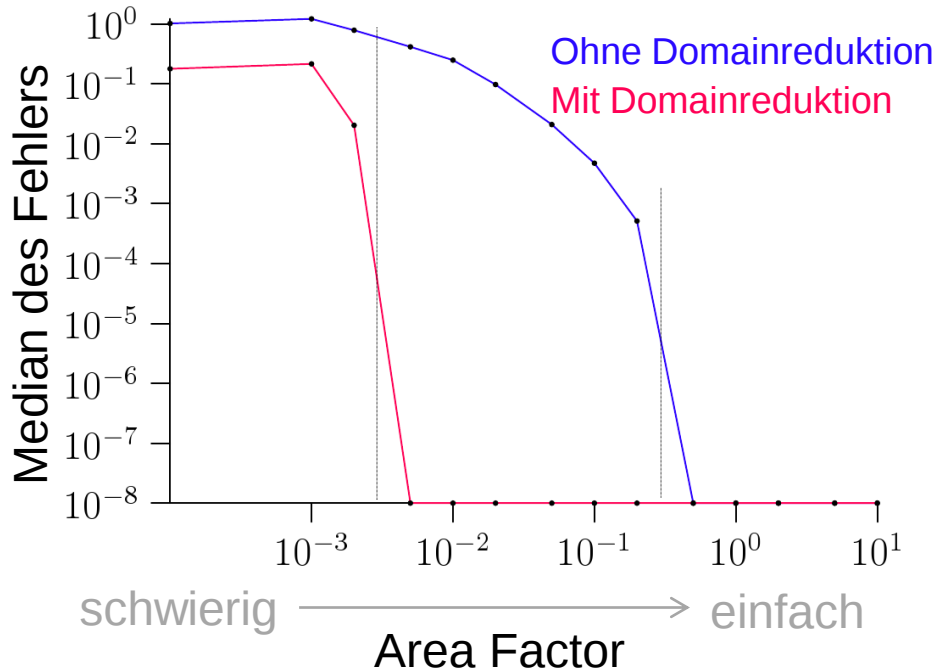
Korollar: Die folgenden Abbildungen P'_k und P' sind Domainreduktionen:

$$\begin{aligned}\Gamma'_k(Z) &:= -\text{Normed} \left[\sum_{j \neq k} q_{kj} \cdot \text{conv}(Z_j) \right] \cap Z_k \\ P'_k(Z) &:= Z_1 \times \cdots \times Z_{k-1} \times \Gamma'_k(Z) \times Z_{k+1} \times \cdots \times Z_n \\ P' &:= P'_n \circ \cdots \circ P'_1\end{aligned}$$

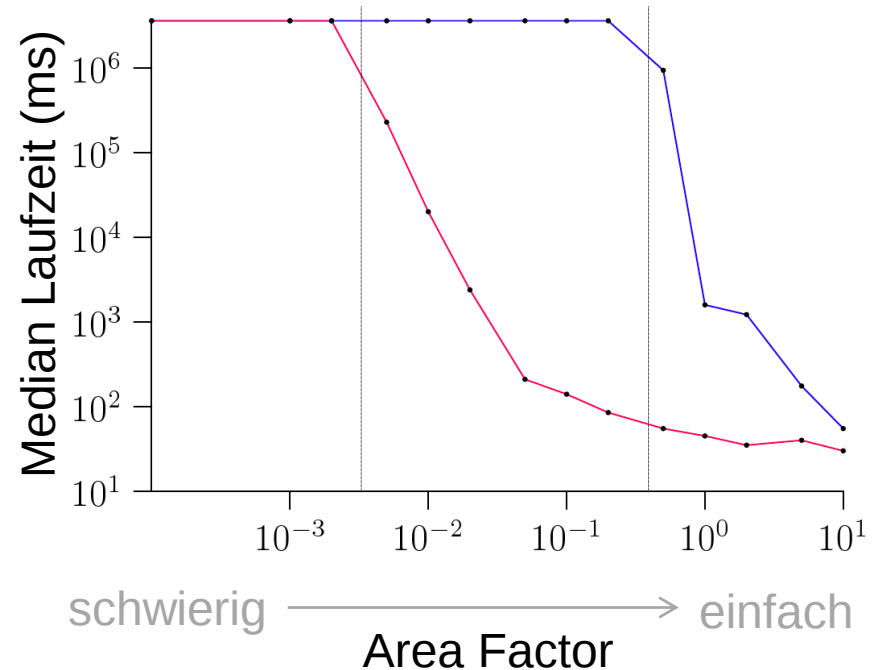
- $\sum_{j \neq k} q_{kj} \cdot \text{conv}(Z_j)$ ist die Minkowski-Summe von Kreissegmenten
- Der Öffnungswinkel $-\text{Normed} \left[\sum_{j \neq k} q_{kj} \text{conv}(Z_j) \right]$ effizient berechenbar

Nutzen der Domainreduktion

Zielvorgabe Fehler $\varepsilon = 10^{-8}$



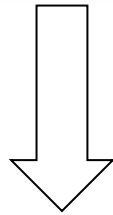
Max. Laufzeit 1h = $3.6 \cdot 10^6$ ms



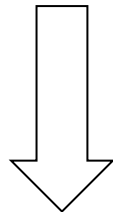
- Domainreduktion beschleunigt Branch and Bound um Größenordnungen

Algorithmische Teilprobleme

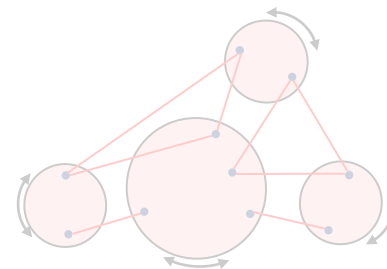
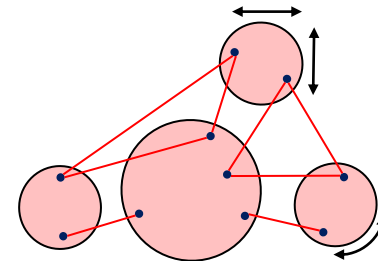
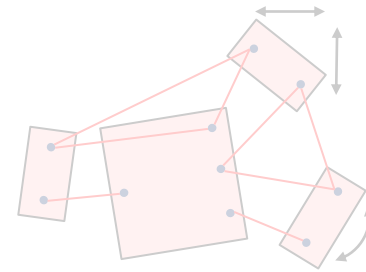
Rechteck-Platzierungsproblem
(Rounded Rectangle Algorithmus)



Kreis-Platzierungsproblem



Kreis-Rotationsproblem



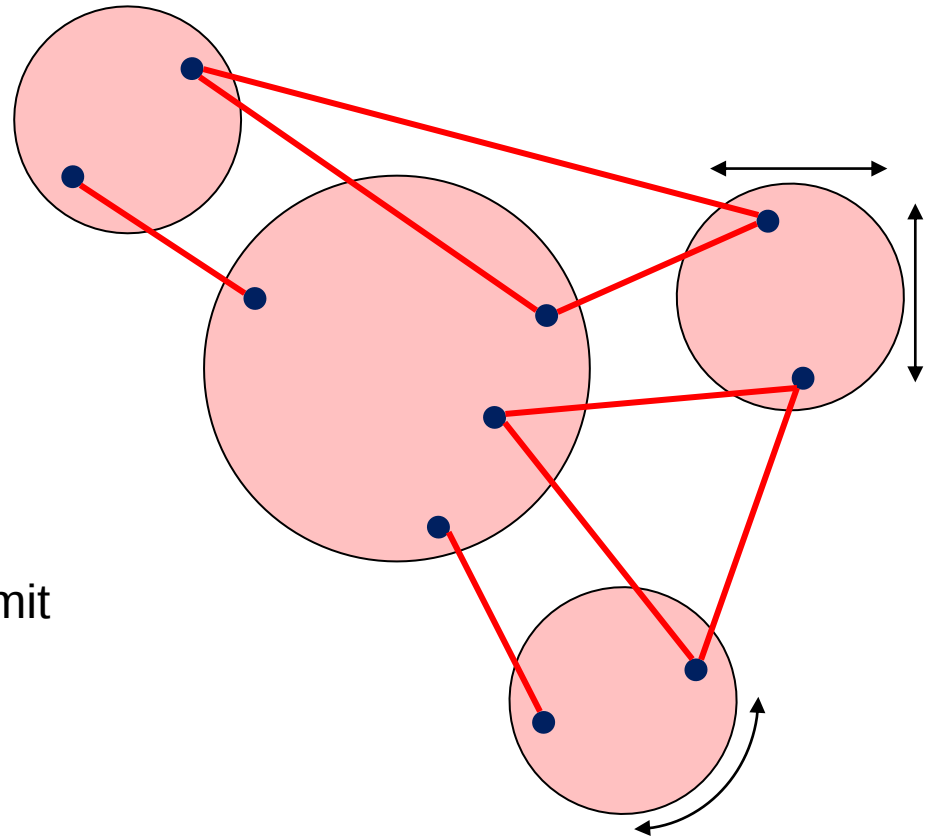
Kreis-Platzierung: Problemstellung

Gegeben

- Kreise mit festem Radius r_i
- Pins mit festen Positionen am Kreis
- Netze mit festen Gewichten

Gesucht

- Position $\mathbf{c}$ und Rotation $\mathbf{z}$ der Kreise mit
 - Nichtüberlappung
 - Minimaler Verdrahtungslänge



Übersicht

- Rotation modelliert als Winkel mittels $z_i = \exp i\varphi_i$, $\varphi_i \in \mathbb{R}$

Problem: Kreis-Platzierungsproblem (CP):

$$\begin{array}{ll} \min & wl(\mathbf{c}, \varphi) \\ \text{s.t.} & (r_i + r_j)^2 - |c_i - c_j|^2 \leq 0, \quad 1 \leq i < j \leq n \end{array}$$

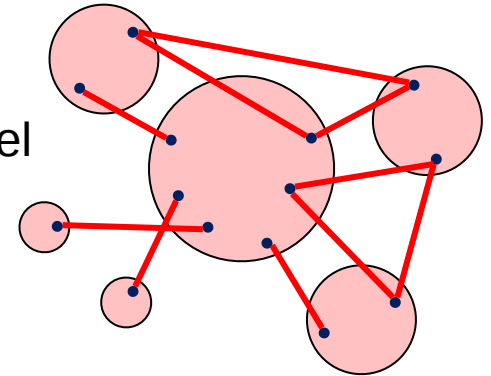
- Viele lokale Minima
 - Zielfunktion nicht konvex
 - $n(n-1)/2$ konkave Nebenbedingungen

Kreis-Platzierung: Algorithmische Schritte

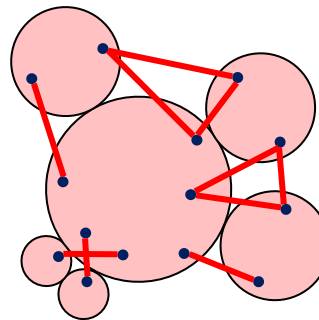
■ Startlösung

- Literatur [Anjos; Vanelli; 2006]: Attractor Repeller Model

Dissertation: Skalierungsinvarianz



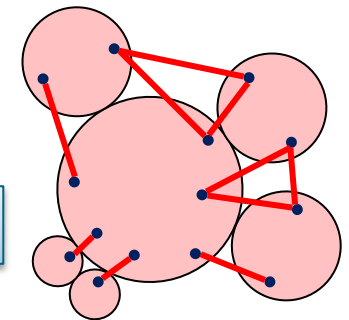
■ Lokales Optimum



■ Heuristische Globalisierungsstrategien

- Literatur [Addis; Locatelli; 2008]: Monotonic Basin Hopping

Dissertation: MBH basierend auf Kreis-Rotationsproblem



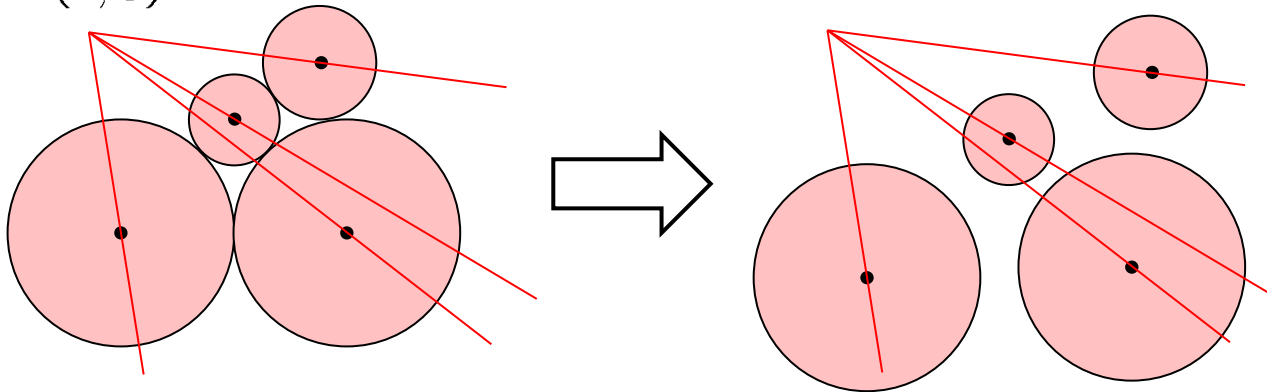
Mangasarian Fromovitz Constraint Qualification

Satz: Das Kreis-Platzierungsproblem (CP) erfüllt die Mangasarian Fromovitz Constraint Qualification MFCQ.

Beweisidee:

- MFCQ bedeutet:
Es gibt eine Richtung y , so dass alle aktiven Constraints inaktiv werden.

- Wähle $y = (c, 0)$



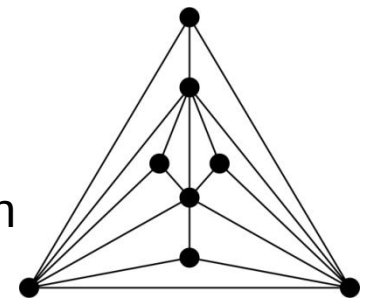
Linear Independence Constraint Qualification

Satz: Das Kreis-Platzierungsproblem (CP) erfüllt die Linear Independence Constraint Qualification LICQ *nicht*.

Beweisidee:

- *Planarer Graph:* Ohne Kantenüberschneidung in der Ebene zu zeichnen.
- *Maximal planarer Graph:* Jede zusätzliche Kante zerstört Planarität.
- Maximal planarer Graph mit n Knoten hat $3n - 6$ Kanten

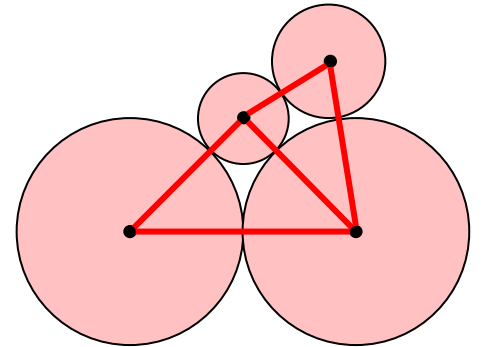
Maximal planarer
Graph mit 8 Knoten



Linear Independence Constraint Qualification

- Kontaktgraph einer Kreispackung

- Knoten: Kreise
- Kanten: Paare berührender Kreise



- Koebe-Andreiev-Thurston Theorem:

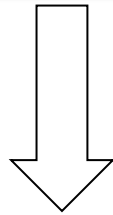
Zu planaren Graphen existiert Kreispackung mit isomorphem Kontaktgraph

- Kreispackung zu maximal planaren Graph mit $n \geq 7$ Knoten:

- $3n - 6 > 2n$ aktive Constraints
- Constraint-Gradienten $2n$ -dimensional
- Constraint-Anzahl $>$ Dimension $\Rightarrow$ Lineare Abhängigkeit

Algorithmische Teilprobleme

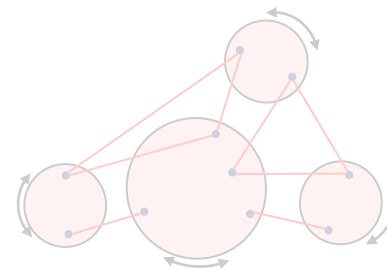
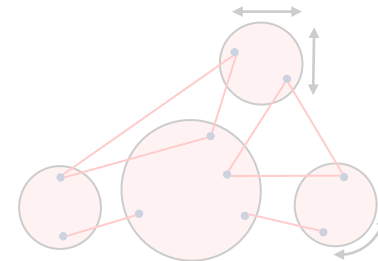
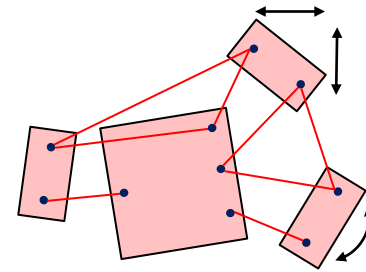
Rechteck-Platzierungsproblem
(Rounded Rectangle Algorithmus)



Kreis-Platzierungsproblem



Kreis-Rotationsproblem



Rechteck-Platzierung: Problemstellung

Gegeben

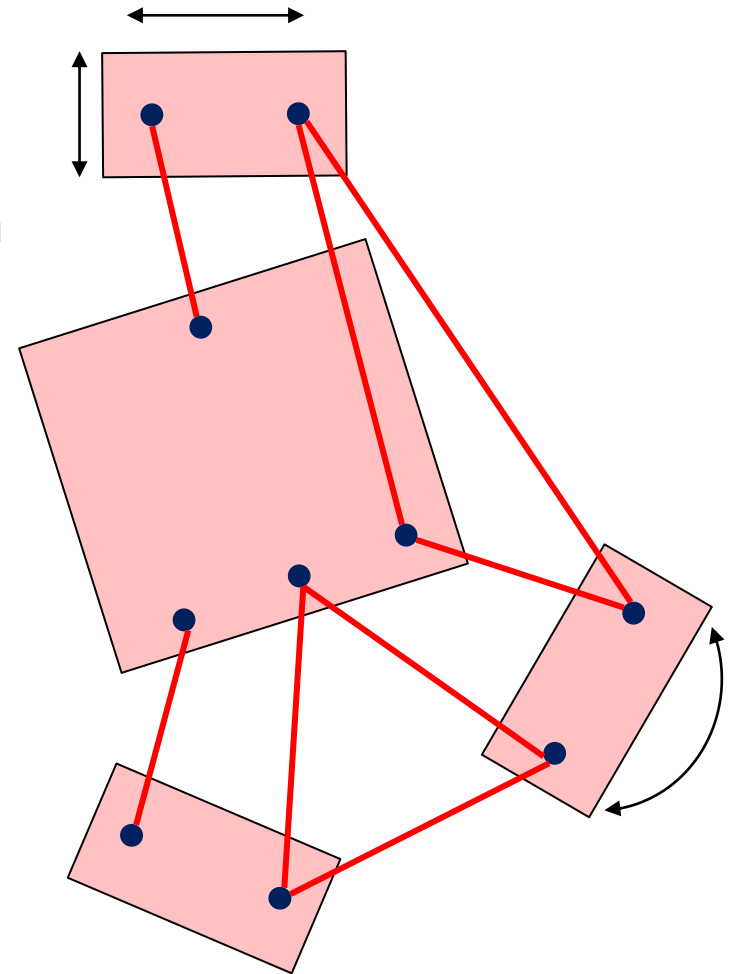
- Rechtecke mit festen Größen
- Pins mit festen Positionen an den Rechtecken
- Netze mit festen Gewichten

Gesucht

- Position und (orthogonale) Rotation der Rechtecke mit
 - Nichtüberlappung
 - Minimaler Verdrahtungslänge

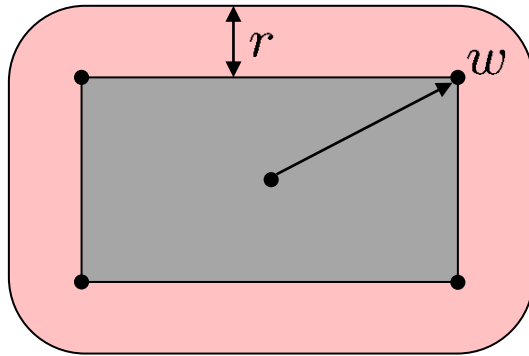
Lösungsidee

- Sequenz von Rounded Rectangle Placement Problemen



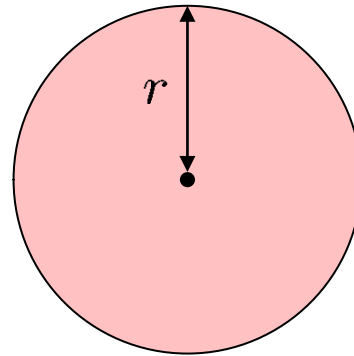
Abgerundete Rechtecke

- Abgerundetes Rechteck (RR)
 - Minkowski-Summe Rechteck + Kreis
 - Kontinuierlicher Übergang von Kreis zu Rechteck

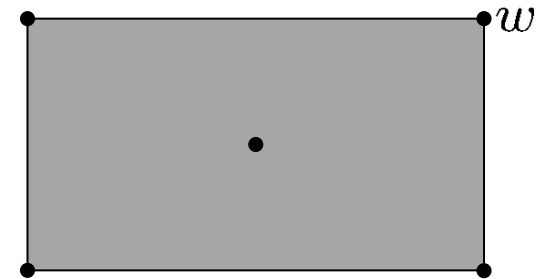


$$R(w, r)$$

$$r \in \mathbb{R}, w \in \mathbb{C}$$



$$R(0, r)$$



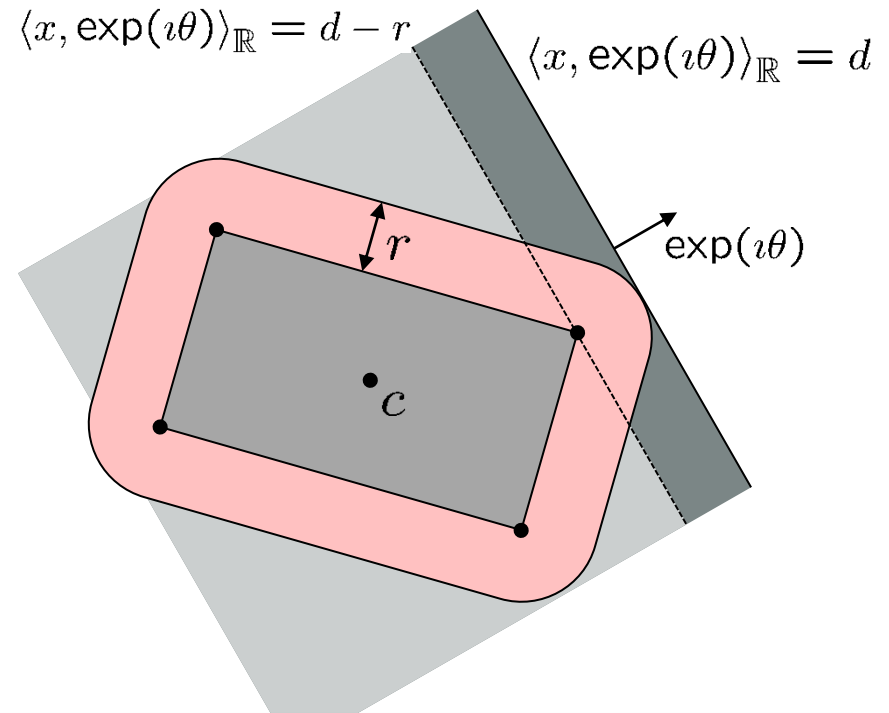
$$R(w, 0)$$

- Rounded Rectangle Placement Problem RRPP:
Platzierungsproblem für abgerundete Rechtecke $R(w_i, r_i)$

Nichtüberlappung abgerundeter Rechtecke

- Trennende Hyperebenen
- Eckpunkte des inneren Rechtecks:

$$C(w) := \{w, \bar{w}, -w, -\bar{w}\}$$

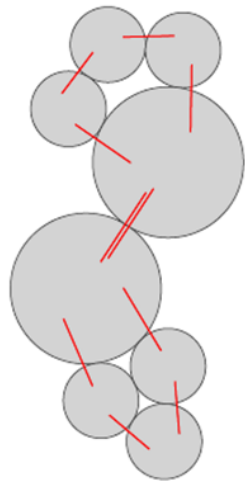


Lemma: Für das $RR R = R(w, r)$ gilt

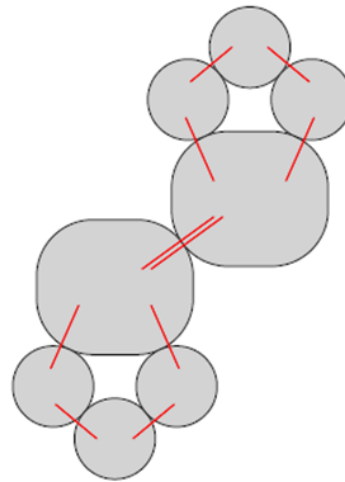
$$c + \exp(i\varphi)R \subset H_{\chi}(\theta, d)$$

$$\iff \forall \tilde{w} \in C(w) : \underbrace{r + \chi(d - \langle c + \tilde{w} \exp(i\varphi), \exp(i\theta) \rangle_{\mathbb{R}})}_{h_{r, \tilde{w}}^{\chi}(c, \varphi, d, \theta)} \leq 0$$

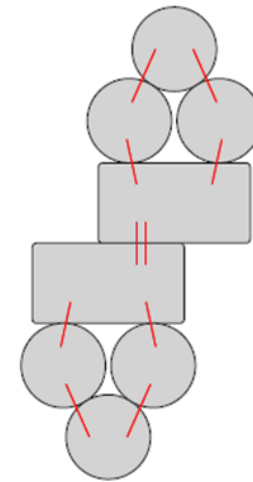
Ablauf des Algorithmus



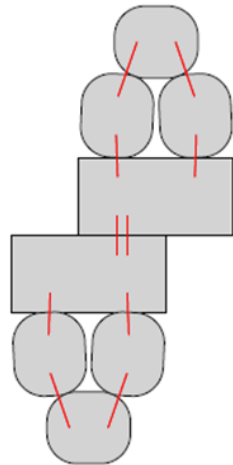
Kreis-Platzierung



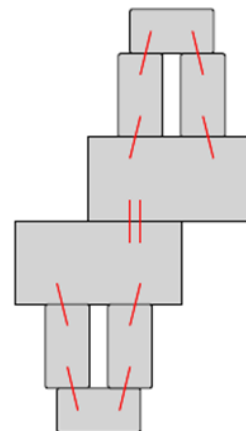
Phase 1



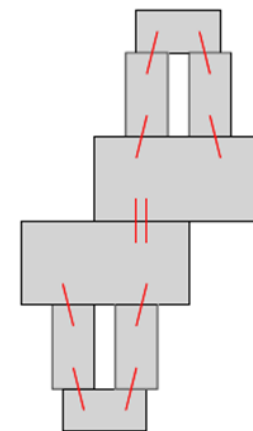
Ende Phase 1



Phase 2



Phase 2



Ende Phase 2

Rounded Rectangle Placement Problem RRPP

- RRs mit Mittelpunkten $\mathbf{c} \in \mathbb{C}^n$ und Winkeln $\varphi \in \mathbb{R}^n$
- Paare $\mathcal{G}_0$ von Kreisen und $\mathcal{G}_1 = \{(i, j) : 1 \leq i < j \leq n\} \setminus \mathcal{G}_0$
- Hyperebenen $H(\theta_{ij}, d_{ij}), (i, j) \in \mathcal{G}_1$
- RRs $\mathcal{C}^{\text{fix}}$ mit fixer Rotation φ_i^{fix} und RRs $\mathcal{C}^{\text{ort}}$

Problem: Rounded Rectangle Placement Problem (RRPP):

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{c}, \varphi, \theta, \mathbf{d}} \quad & wl(\mathbf{c}, \varphi) + \mu \sum_{i \in \mathcal{C}^{\text{ort}}} \sin^2(2\varphi_i) \\
 \text{s.t.} \quad & (r_i + r_j)^2 - |\mathbf{c}_i - \mathbf{c}_j|^2 \leq 0 \quad \forall (i, j) \in \mathcal{G}_0 \\
 & h_{r_i, \tilde{w}}^{\chi_{ij}}(\mathbf{c}_i, \varphi_i, d_{ij}, \theta_{ij}) \leq 0 \quad \forall \tilde{w} \in C(w_i), \quad \forall (i, j) \in \mathcal{G}_1 \\
 & \varphi_i - \varphi_i^{\text{fix}} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{C}^{\text{fix}}
 \end{aligned}$$

- MFCQ gilt (wie Kreis-Platzierungsproblem)
- LICQ gilt nicht (Kreis-Platzierungsproblem ist Teilproblem)

Rounded Rectangle Algorithmus

1. Bauteilecluster $\mathcal{C}_t$, $t = 1, \dots, N$
2. Löse Kreis-Platzierungsproblem
3. Für Phasen $t = 1, \dots, N$
 - a. Für Sequenz $(\lambda, \mu) = (0, 0) \rightarrow (1, \infty)$ löse RRPP mit $\mathcal{C}^{\text{fix}} = \mathcal{C}_{<t}$, $\mathcal{C}^{\text{ort}} = \mathcal{C}_t$
$$R_i = \begin{cases} R(0, |s_i|), & i \in \mathcal{C}_{>t} & \text{(Kreis)} \\ R(\lambda s_i, (1 - \lambda)|s_i|), & i \in \mathcal{C}_t & \text{(abgerundetes Rechteck)} \\ R(s_i, 0), & i \in \mathcal{C}_{<t} & \text{(Rechteck)} \end{cases}$$
 - b. Fixiere Rotation der Bauteile in $\mathcal{C}_t$

Es gilt:

- Jede Lösung ist zulässig für das nächste Problem
- Für $\mu \rightarrow \infty$: Orthogonale Rotation wird erreicht

Korrektheit des Algorithmus

Satz: Jede Lösung ist zulässig für das nächste Problem.

Beweisidee:

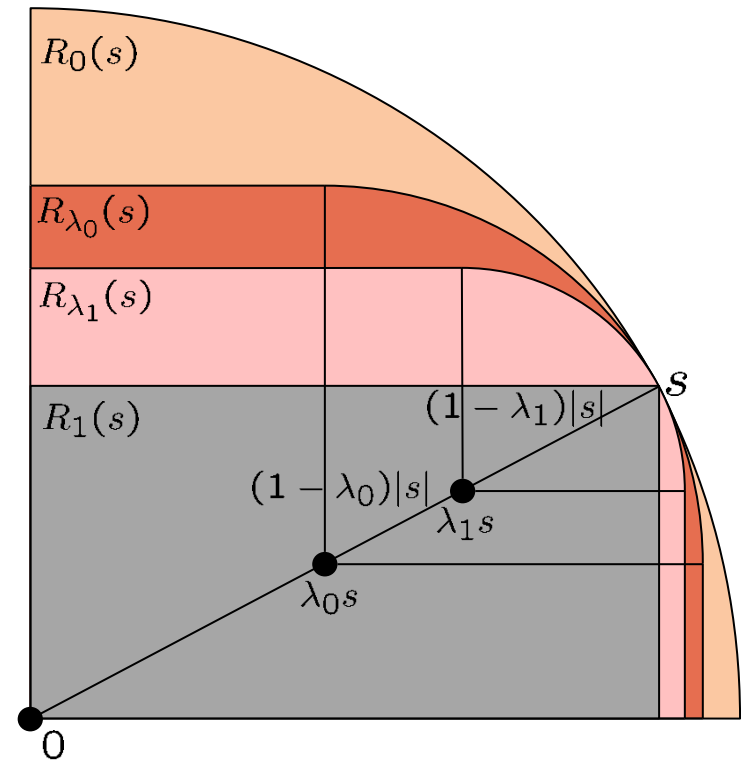
- Bis auf Nichtüberlappung der RR in $\mathcal{C}_t$ trivial
- Zu zeigen: RR in $\mathcal{C}_t$ werden kleiner

Bauteile in $\mathcal{C}_t$ sind

$$R_\lambda(s) = R(\lambda s, (1 - \lambda)|s|)$$

Lemma: Für $0 \leq \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq 1$ gilt

$$R_0(s) \supseteq R_{\lambda_0}(s) \supseteq R_{\lambda_1}(s) \supseteq R_1(s)$$



Korrektheit des Algorithmus

Intuitive Aussage: Für $\mu \rightarrow \infty$: Orthogonale Rotation wird erreicht

■ Notation: $\mathbf{x} = (\mathbf{c}, \varphi, \mathbf{d}, \theta)$

$$P(\lambda, \mu) \text{ ist RRPP } \min_{\mathbf{x}} \text{wl}(\mathbf{x}) + \mu \sum_{i \in \mathcal{C}^{ort}} \sin^2(2\varphi_i) \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in X_\lambda$$

$P(1)$ ist RRPP mit $\lambda = 1$ und orthogonaler Rotation als Constraint

$$Y := ([0, s] + i[0, s])^n \times [0, 2\pi]^n \times [0, \sqrt{2}s]^m \times [0, 2\pi]^m, \quad s = \sum_{i=1}^n |s_i|$$

■ Betrachte Problemfolge $P(\lambda_k, \mu_k)$ mit $(\lambda_k, \mu_k) = (0, 0) \rightarrow (1, \infty)$

Korrektheit des Algorithmus

Satz: Wenn $\mathbf{x}_k$ globales Minimum von $P(\lambda_k, \mu_k)$, so konvergiert jede konvergente Teilfolge von $\mathbf{x}_k$ gegen ein globales Minimum von $P(1)$. Eine solche Teilfolge existiert.

Satz: Sei $\mathbf{x}_k \in Y$ lokales Minimum von $P(\lambda_k, \mu_k)$ und $\mathbf{x}^*$ Häufungspunkt von $\mathbf{x}_k$, dann gilt für alle $i \in \mathcal{C}_t$: $\sin(2\varphi_i^*) = 0 \vee \cos(2\varphi_i^*) = 0$.

Beweisidee:

- Wäre $X_\lambda = \mathbb{R}^N$: Standard Quadratic Penalty Methods
 - Nicht verschwindende Gradienten $\Rightarrow$ Abstiegsrichtung existiert
- Konstruiere zulässige Abstiegsrichtung explizit

Korrektheit des Algorithmus

$$g(\mathbf{x}) := \sum_{i \in \mathcal{C}^{ort}} \sin^2(2\varphi_i), \quad f(\mathbf{x}) := wl(\mathbf{x}) + \mu g(\mathbf{x})$$

Lemma: Für $|\alpha| < \Im(s_i)/|s_i|$:

$\mathbf{y}_i(\mathbf{x}, \alpha) := (\mathbf{c}, \alpha \mathbf{e}_i, \mathbf{d}, 0)$ ist zulässige Richtung von $\mathbf{x}$ ausgehend in X_λ .

Es gilt $\|\mathbf{y}_i(\mathbf{x}, \alpha)^T \nabla wl(\mathbf{x})\| \leq K$

Zulässige Richtungen $\mathbf{y}_{ik+} := \mathbf{y}_i(\mathbf{x}_k, +\alpha)$, $\mathbf{y}_{ik-} := \mathbf{y}_i(\mathbf{x}_k, -\alpha)$ keine Abstiegsrichtung

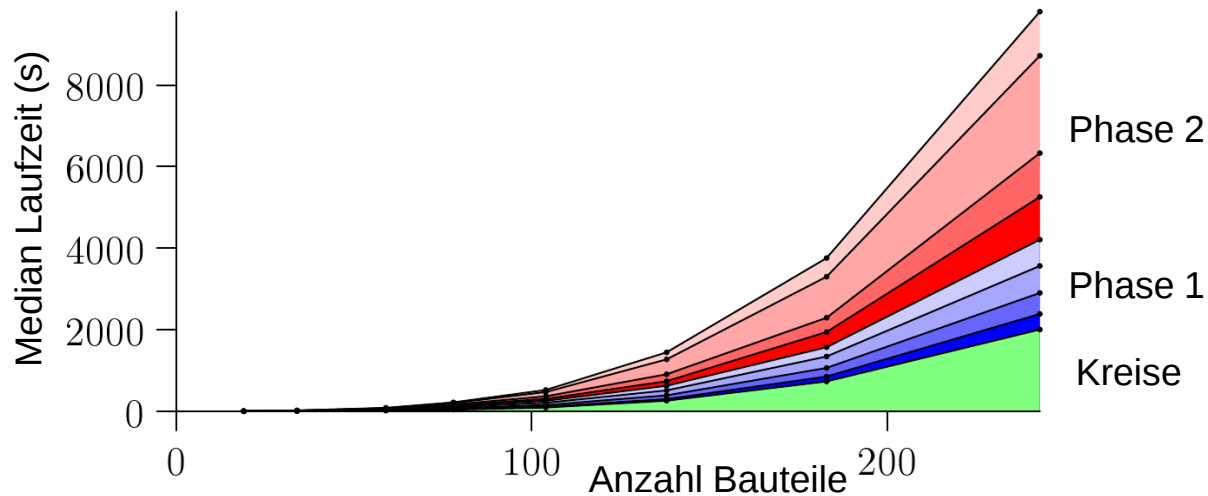
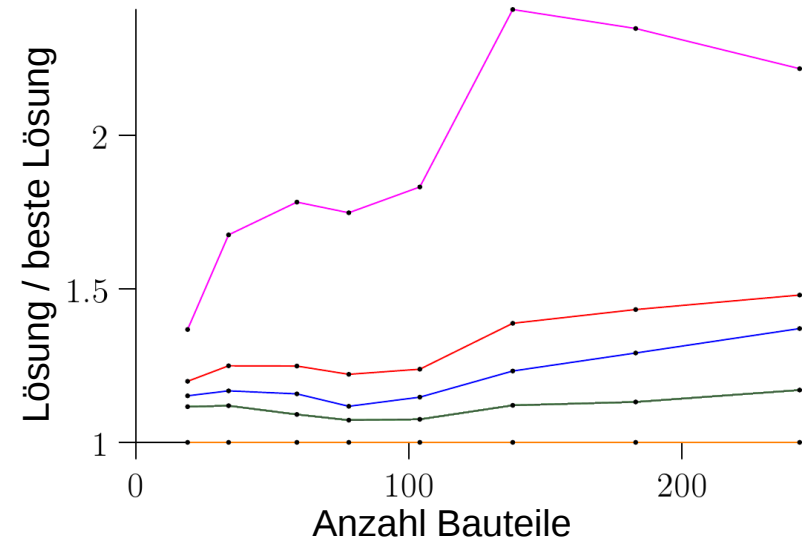
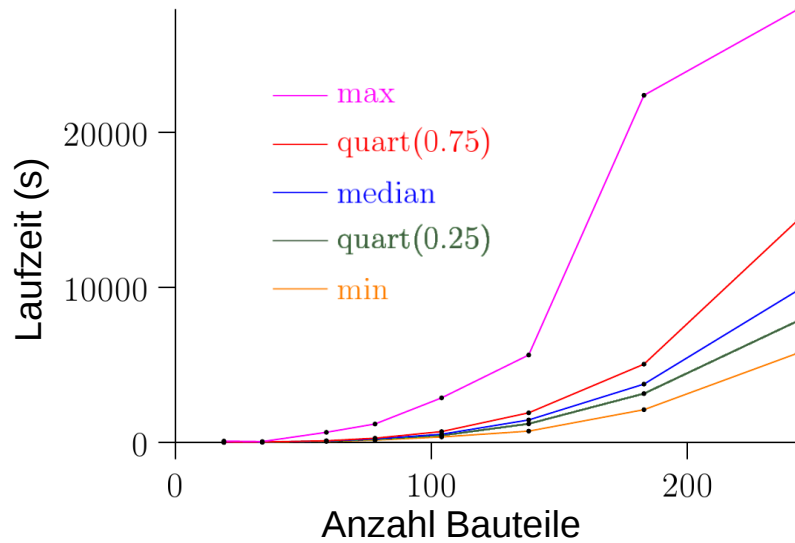
$$\begin{aligned} 0 &\leq \mathbf{y}_{ik+}^T \nabla f(\mathbf{x}_k) \leq K + \mu_k \alpha \mathbf{e}_i^T \nabla_\varphi g(\mathbf{x}) \\ 0 &\leq \mathbf{y}_{ik-}^T \nabla f(\mathbf{x}_k) \leq K - \mu_k \alpha \mathbf{e}_i^T \nabla_\varphi g(\mathbf{x}) \\ \Rightarrow K &\geq |\mu_k \alpha \mathbf{e}_i^T \nabla_\varphi g(\mathbf{x})| = 4\mu_k \alpha |\sin(2\varphi_i^k) \cos(2\varphi_i^k)| \\ \Rightarrow \sin(2\varphi_i^k) \cos(2\varphi_i^k) &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

Korollar: Ist für fixes $0 < |\alpha| < \min_i \Im(s_i)/|s_i|$, fixes $0 \leq \delta \leq \pi/4$

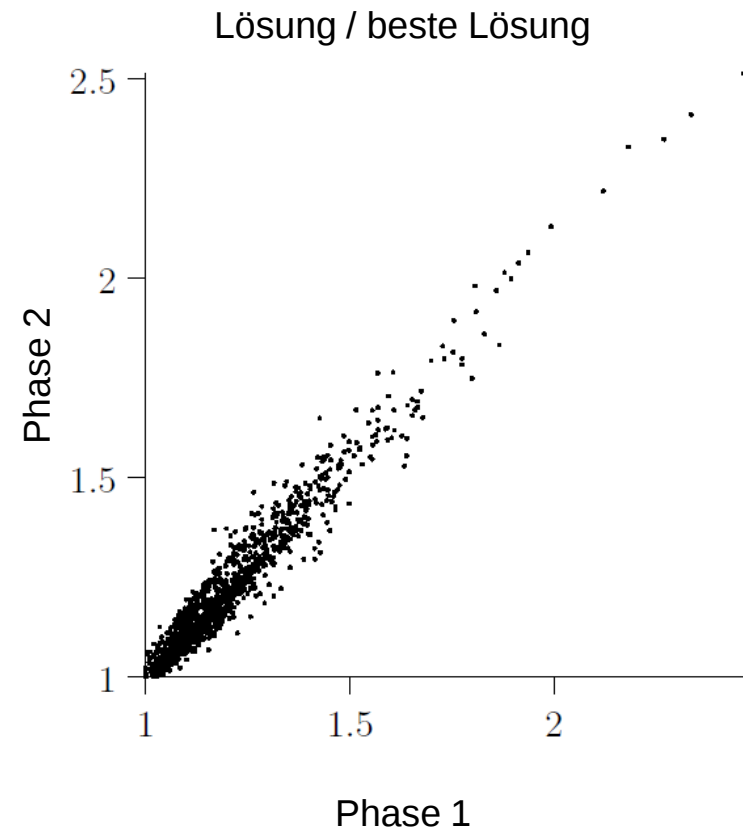
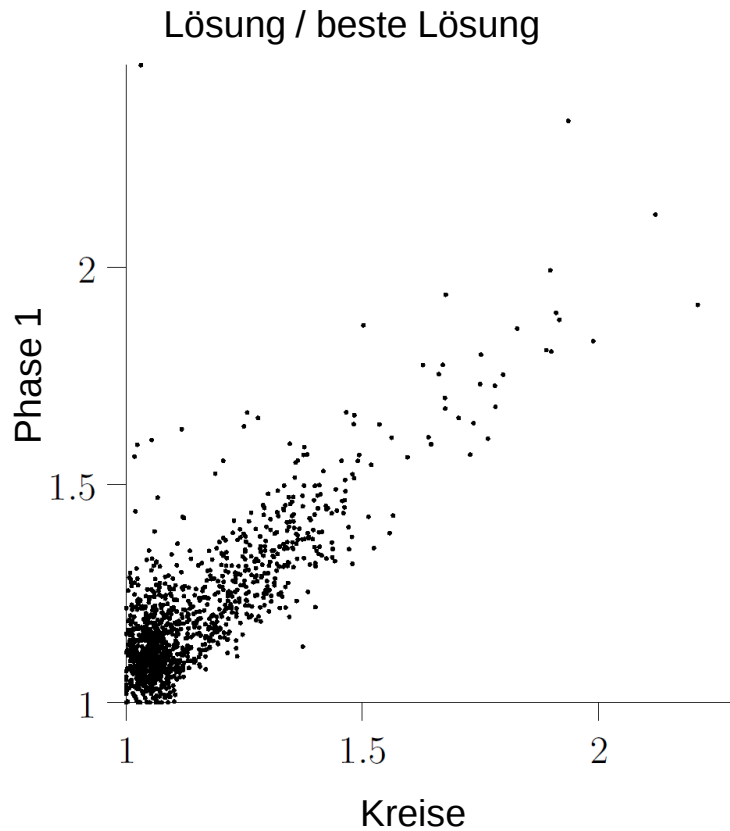
$$\forall k \forall i \in \mathcal{C}_t : f(\mathbf{x}_k) \leq f(\mathbf{x}_k + \delta \mathbf{y}_i(\mathbf{x}_k, \alpha))$$

so ist jeder Häufungspunkt von $\mathbf{x}_k$ zulässig für $P(1)$.

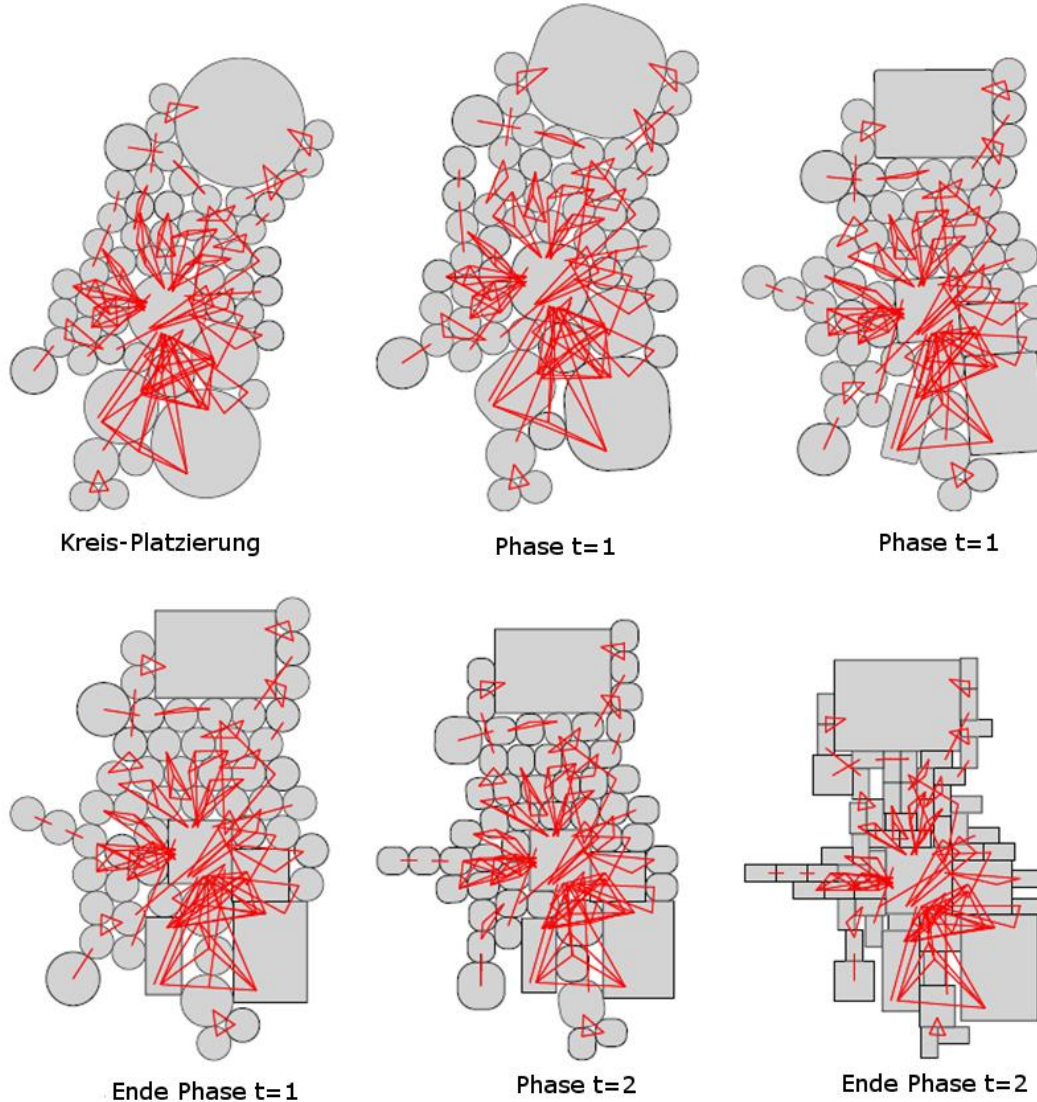
Performance des Algorithmus



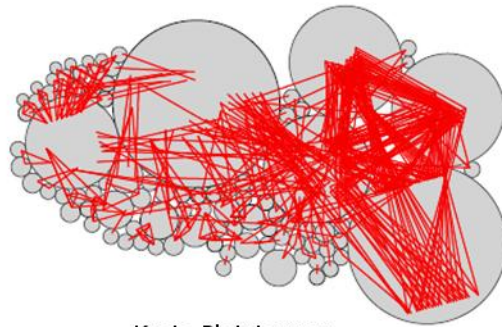
Korrelation der Phasen



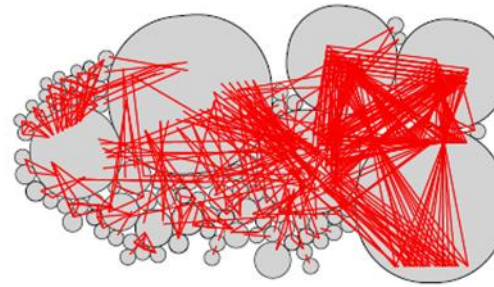
Ablauf des Algorithmus: Mekas (57 Bauteile)



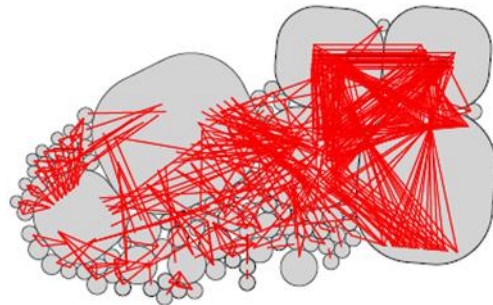
Ablauf des Algorithmus: Versiplextor (93 Bauteile)



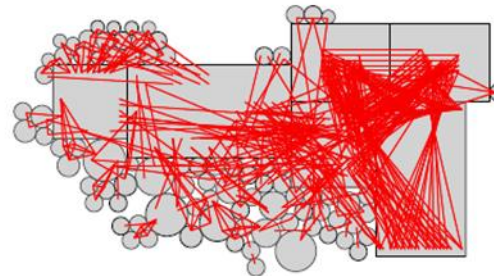
Kreis-Platzierung



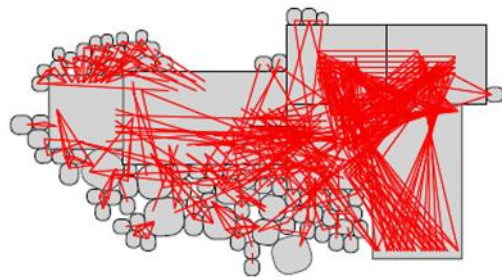
Phase 1



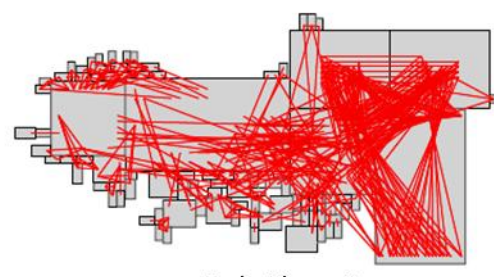
Phase 1



Ende Phase 1



Phase 2



Ende Phase 2

Übersicht

- Motivation – Optimierung von System-in-Package
- Algorithmische Idee – der Rounded Rectangle Algorithmus
- Algorithmische Teilprobleme des Rounded Rectangle Algorithmus
 - Kreis-Rotationsproblem
 - Kreis-Platzierungsproblem
 - Rechteck-Platzierungsproblem
- Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

Fazit – in der Dissertation erreichte Ziele

■ Kreis-Rotationsproblem

- Branch and Bound Algorithmus für Hermitesches Minimierungsproblem
- Performance-Steigerung durch Domainreduktion

■ Kreis-Platzierungsproblem

- MFCQ gilt, LICQ gilt nicht
- Verbesserung des Attractor-Repeller Models
- Nutzen der Globalisierungsstrategien empirisch belegt

■ Rechteck-Platzierungsproblem

- Rounded Rectangle Algorithmus

Vielen Dank